

# Olimpiada Națională de Matematică

## Hunedoara

### Etapa locală- 15februarie 2018

#### Clasaa VI-a – Barem de corectare

1. a) Mulțimea A are 6055 elemente..... 1p

Suma elementelor din mulțimea A este:  $S = \frac{6055a + 3027 \cdot 6055}{2018}$ ..... 1p

Media aritmetică a elementelor mulțimii A este  $\frac{S}{6055} = \frac{a + 3027}{2018} > 1$ ..... 1p

Cel mai mic  $a \in \mathbb{N}$  pentru care  $\frac{a + 3027}{2018} \in \mathbb{N}$  se obține din  $\frac{a + 3027}{2018} = 2$

$\Rightarrow a = 1009$  ..... 1p

b)  $\frac{a + 6054}{2018} = \frac{a + 3 \cdot 2018}{2018}$ . Se obține  $a = 2018$ ..... 3p

2. Dacă  $a=0$ , se obține:  $p^2 + 3^p = 36$ , de unde  $p=3$ ..... 3p

Dacă  $a \neq 0$ ,  $4^a : 4 \Rightarrow u(37^{4^a}) = 1 \Rightarrow u(p^2 + 3^p) = 0$  ..... 1p

Cum  $p$  este număr prim, are una din formele:  $4k+1$  sau  $4k+3, k \in \mathbb{N}^*$  ..... 1p

Dacă  $p=4k+1, k \in \mathbb{N}^*$  atunci  $u(3^p) = 3$ , prin urmare  $u(p^2) = 7$ , imposibil..... 1p

Dacă  $p=4k+3, k \in \mathbb{N}^*$  atunci  $u(3^p) = 7$ , prin urmare  $u(p^2) = 3$ , imposibil..... 1p

3. a)  $AE = \frac{2}{3} \cdot AD = \frac{2}{3} \cdot \frac{AC}{2} = \frac{AB}{4} \Rightarrow AE = BC = \frac{AB}{4} \Rightarrow [AE] \equiv [BC]$ ..... 3p

b) Fie M mijlocul segmentului CE  $\Rightarrow EM = MC$  ..... 1p

$AM = AE + EM, MB = BC + MC$ , de unde  $AM=MB$ ,

deci M mijlocul segmentului AB..... 3p

4. a) Semidreptele roșii împart unghiul AOB în 30 de unghiuri congruente, fiecare având măsura de  $5^\circ$ , iar semidreptele verzi împart unghiul AOB în 25 de unghiuri congruente, fiecare având măsura de  $6^\circ$  ..... 1p

Patru semidrepte verzi se suprapun peste cele roșii(de exemplu când formează cu [OA unghiuride  $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ )..... 3p

b) În interiorul unghiului  $AOR_6$  sunt două unghiuri de  $1^\circ$ .

În total  $2 \cdot 5 = 10$  unghiuri de  $1^\circ$  ..... 3p

NOTĂ:Orice soluție corectă se punctează corespunzător.